

M557 - ESAME DI STATO DEL LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si considerino i triangoli la cui base è $AB = c$ e il cui vertice C varia in modo che l'angolo $\hat{C}AB$ si mantenga doppio dell'angolo $\hat{A}BC$.

1. Riferito il piano ad un conveniente sistema di coordinate, si determini l'equazione del luogo geometrico γ descritto da C .
2. Si rappresenti γ , tenendo conto, ovviamente, delle prescritte condizioni geometriche.
3. Si determini l'ampiezza dell'angolo $\hat{A}BC$ che rende massima la somma dei quadrati delle altezze relative ai lati AC e BC e, con l'aiuto di una calcolatrice, se ne dia un valore approssimato in gradi e primi (sessagesimali).
4. Si provi che se $\hat{A}BC = \alpha$ allora è $AC = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha}$.

PROBLEMA 2

Si consideri un cerchio C di raggio r .

1. Tra i triangoli isosceli inscritti in C si trovi quello di area massima.
2. Si denoti con S_n l'area del poligono regolare di n lati inscritto in C . Si dimostri che $S_n = \frac{1}{2} n r^2 \sin \frac{2\pi}{n}$ e si trovi un'analogha espressione per l'area del poligono regolare di n lati circoscritto a C .
3. Si calcoli il limite di S_n per $n \rightarrow \infty$.
4. Si spieghi in che cosa consista il problema della quadratura del cerchio e se, e in che senso, si tratti di un problema risolubile o meno.

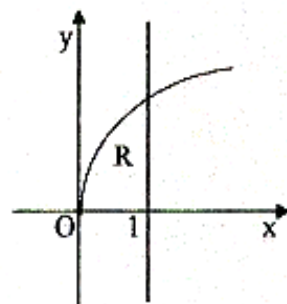
M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. La regione R delimitata dal grafico di $y = \sqrt{x}$, dall'asse x e dalla retta $x = 1$ (in figura) è la base di un solido S le cui sezioni, ottenute tagliando S con piani perpendicolari all'asse x , sono tutti triangoli equilateri. Si calcoli il volume di S .



2. Le misure dei lati di un triangolo sono 40, 60 e 80 cm. Si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze degli angoli del triangolo approssimandole in gradi e primi sessagesimali.
3. Si determini, al variare di k , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:
4. Un serbatoio di olio ha la stessa capacità del massimo cono circolare retto di apotema 1 metro. Si dica quanti litri di olio il serbatoio può contenere.
5. Si mostri che la funzione $y = \frac{1}{x^2}$ soddisfa le condizioni del *teorema del valor medio* (o *teorema di Lagrange*) sull'intervallo $[-2, 2]$. Si determinino i valori medi forniti dal teorema e se ne illustri il significato geometrico.
6. Si sa che il prezzo p di un abito ha subito una maggiorazione del 6% e, altresì, una diminuzione del 6%; non si ha ricordo, però, se sia avvenuta prima l'una o l'altra delle operazioni. Che cosa si può dire del prezzo finale dell'abito?
7. Se $f(x)$ è una funzione reale dispari (ossia il suo grafico cartesiano è simmetrico rispetto all'origine), definita e integrabile nell'intervallo $[-2, 2]$, che dire del suo integrale esteso a tale intervallo? Quanto vale nel medesimo intervallo l'integrale della funzione $f(x) \cdot x$?
8. Si risolva l'equazione:
9. Si calcoli l'integrale indefinito $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ e, successivamente, si verifichi che il risultato di $\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2 + 1} dx$ è in accordo con il suo significato geometrico.
10. Per orientarsi sulla Terra si fa riferimento a *meridiani* e a *paralleli*, a *latitudini* e a *longitudini*. Supponendo che la Terra sia una sfera S e che l'asse di rotazione terrestre sia una retta r passante per il centro di S , come si può procedere per definire in termini geometrici meridiani e paralleli e introdurre un sistema di coordinate geografiche terrestri?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.